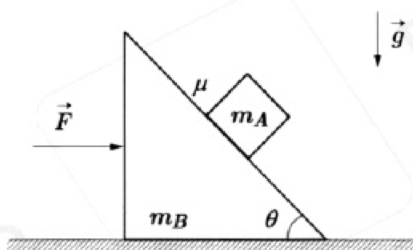
Questão 01 – Física

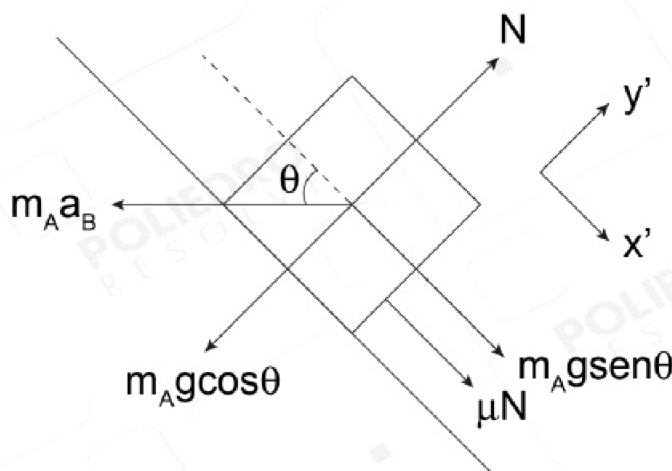
Questão 1. Um bloco de massa m_A encontra-se sobre a superfície de uma cunha de massa m_B, que desliza sem atrito em uma superfície plana devido à ação de uma força horizontal. O ângulo de inclinação da cunha é dado por θ. Sabendo que o coeficiente de atrito entre o bloco e a cunha é μ, calcule em função de m_A, m_B, θ, μ e g:

(a) a aceleração mínima à qual a cunha deve ser submetida para que o bloco inicie um movimento de subida;
(b) a intensidade da força de contato entre o bloco e a cunha.



Resolução

a) Na iminência de subir, adotando o referencial da cunha:



y': $N = m_A \cdot a_B \cdot \text{sen}\theta + m_A \cdot g \cdot \cos\theta$ (I)

x': $m_A \cdot a_B \cdot \cos\theta = m_A \cdot g \cdot \text{sen}\theta + \mu N$ (II)

(I) em (II):

$$m_A \cdot a_B \cdot \cos\theta = m_A \cdot g \cdot \text{sen}\theta + \mu \cdot m_A \cdot a_B \cdot \text{sen}\theta + \mu \cdot m_A \cdot g \cdot \cos\theta$$

$$\Rightarrow m_A \cdot a_B (\cos\theta - \mu \cdot \text{sen}\theta) = m_A \cdot g(\text{sen}\theta + \mu \cdot \cos\theta)$$

$$\Rightarrow \boxed{a_B = g \cdot \frac{\text{sen}\theta + \mu \cdot \cos\theta}{\cos\theta - \mu \cdot \text{sen}\theta}}$$

b) De (I):

$$N = m_A \left[a_B \cdot \text{sen}\theta + g \cdot \cos\theta\right]$$

$$\Rightarrow N = m_A \cdot g \left[\frac{\text{sen}^2\theta + \mu \cdot \text{sen}\theta \cdot \cos\theta + \cos^2\theta - \mu \cdot \text{sen}\theta \cdot \cos\theta}{\cos\theta - \mu \cdot \text{sen}\theta}\right]$$

$$\Rightarrow N = \frac{m_A \cdot g}{\cos\theta - \mu \cdot \text{sen}\theta}$$

Logo, a força de contato será:

$$F_c^{\,2} = N^2 + Fat^2 = N^2 + \mu^2 N^2$$

$$\Rightarrow F_c = N\sqrt{1 + \mu^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{F_c = \frac{m_A g\sqrt{1 + \mu^2}}{\cos\theta - \mu\,\text{sen}\theta}}$$

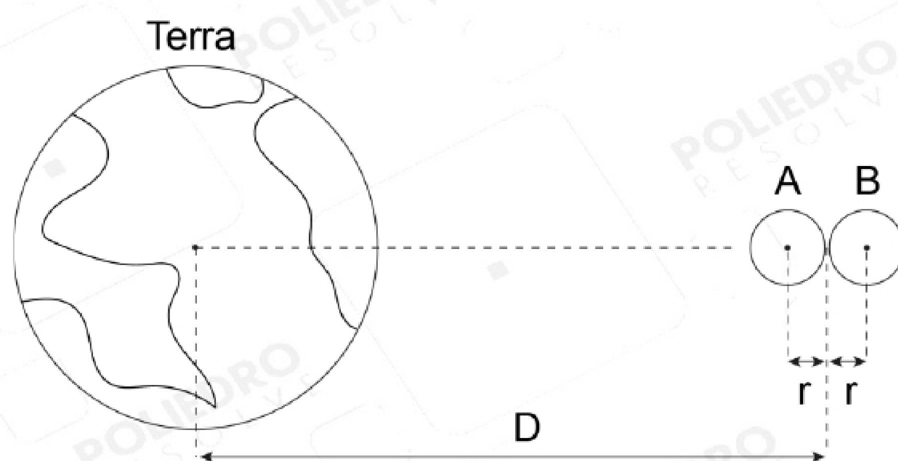


Questão 02 – Física

Questão 2. Existe um limite inferior da distância Terra-Lua para que o nosso satélite não se desintegre por efeitos de maré. Para determinar uma expressão aproximada dessa distância, considere a Lua como a composição de dois semi-satélites esféricos idênticos, homogêneos e em contato. Os corpos descritos realizam um movimento circular ao redor da Terra, cuja massa é dada por M_T, com os três centros sempre colineares. A estabilidade da Lua é associada à tendência natural dessas duas metades manterem o contato entre si por efeitos gravitacionais. Considerando que o raio da lua R_L é muito menor do que a distância Terra-Lua D e que M_T é muito maior que a massa da Lua M_L, faça o que se pede.
Caso necessário, use: $(1+x)^n \approx 1+nx$, se $|x| \ll 1$.

(a) Considerando que os semi-satélites têm a mesma densidade da Lua, determine os seus raios r e massas m. Deixe sua resposta em termos dos dados do enunciado.
(b) Estime o valor mínimo de D para que a Lua não se desintegre. Deixe sua resposta em termos de M_T, m e r.

Resolução



a) Por conservação de massa:

$$M_L = m + m \Rightarrow \boxed{m = \frac{M_L}{2}}$$

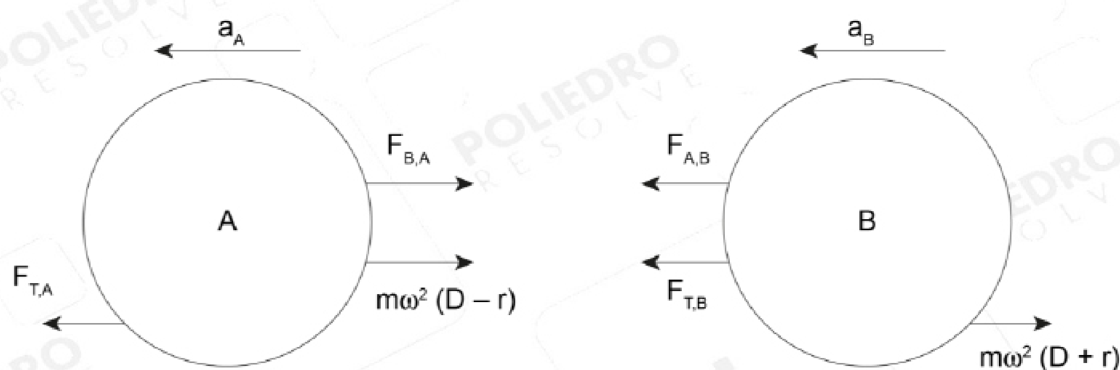
Da densidade:

$$\rho = \frac{M_L}{\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot R_L^3} = \frac{m}{\frac{4}{3}\cdot\pi\cdot r^3} \Rightarrow \frac{M_L}{R_L^3} = \frac{\frac{M_L}{2}}{r^3} \Rightarrow \boxed{r = \frac{R_L}{\sqrt[3]{2}}}$$

b) Antes da desintegração, os dois semi-satélites movem-se com a velocidade angular da Lua:

$$\frac{T^2}{D^3} = \frac{4\pi^2}{G\cdot M_T} \Rightarrow \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 = \omega^2 = \frac{G\cdot M_T}{D^3}$$

Ao adotar o referencial girante, os semi-satélites estarão sujeitos às seguintes forças:



$$A: \frac{G\cdot M_T\cdot m}{(D-r)^2} - \frac{G\cdot m^2}{(2\cdot r)^2} - m\cdot\frac{G\cdot M_T}{D^3}\cdot(D-r) = m\cdot a_A$$

$$B: \frac{G\cdot M_T\cdot m}{(D+r)^2} + \frac{G\cdot m^2}{(2\cdot r)^2} - m\cdot\frac{G\cdot M_T}{D^3}\cdot(D+r) = m\cdot a_B$$

Haverá desintegração se $a_A > a_B$:

$$\frac{G\cdot M_T}{(D-r)^2} - \frac{G\cdot m}{4\cdot r^2} - \frac{G\cdot M_T(D-r)}{D^3} > \frac{G\cdot M_T}{(D+r)^2} + \frac{G\cdot m}{4\cdot r^2} - \frac{G\cdot M_T(D+r)}{D^3} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{(D-r)^2} - \frac{1}{(D+r)^2} + \frac{2\cdot r}{D^3} > \frac{m}{2\cdot r^2\cdot M_T} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{1}{D^2}\left[1-\frac{r}{D}\right]^{-2} - \frac{1}{D^2}\left[1+\frac{r}{D}\right]^{-2} + \frac{2\cdot r}{D^3} > \frac{m}{2M_T\cdot r^2}$$

Ao utilizar a aproximação fornecida, tem-se:

$$\frac{1}{D^2}\left[1+\frac{2r}{D}\right] - \frac{1}{D^2}\left[1-\frac{2r}{D}\right] + \frac{2r}{D^3} > \frac{m}{2\cdot M_T\cdot r^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{6r}{D^3} > \frac{m}{2\cdot M_T\cdot r^2} \Rightarrow \boxed{D_{limite} = r\left(\frac{12\cdot M_T}{m}\right)^{\frac{1}{3}}}$$



Questão 03 – Física

Questão 3. As fontes F_1 e F_2 contém duas buzinas que geram ruídos de frequências próprias f_1 e f_2 $(f_2 > f_1)$, respectivamente. A fonte F_1 mantém-se em repouso, enquanto a fonte F_2 realiza um movimento harmônico simples de frequência f_m e amplitude A ao longo da reta que une os dois corpos. Um observador vizinho a F_1 registra um intervalo acústico entre os dois sons captados que varia de 5/4 até 3/2. Considere o tempo de propagação do som desprezível. Com base nas informações fornecidas, determine:

(a) o intervalo acústico entre f_1 e f_2;
(b) a relação entre f_m, A e a velocidade do som v_0.

Resolução

a) Sejam f_2' a frequência de F_2 percebida em F_1 e v(t) a velocidade de F_2 em função do tempo. Pelo efeito Doppler, tem-se:

$$f_2' = f_2\left(\frac{v_0}{v_0 \mp v(t)}\right)$$

Do enunciado: $\frac{5}{4} \le \frac{f_2'}{f_1} \le \frac{3}{2}$

Portanto: $\frac{5}{4} \le \frac{f_2}{f_1}\left(\frac{v_0}{v_0 \mp v(t)}\right) \le \frac{3}{2}$

Nos pontos de módulo máximo da velocidade no MHS, tem-se:

$|v_{máx}| = 2\pi A f_m$

- $\frac{f_2}{f_1}\left(\frac{v_0}{v_0 - 2\pi A f_m}\right) = \frac{3}{2} \Rightarrow 1 - \frac{2\pi A f_m}{v_0} = \frac{2}{3}\cdot\frac{f_2}{f_1}$
- $\frac{f_2}{f_1}\left(\frac{v_0}{v_0 + 2\pi A f_m}\right) = \frac{5}{4} \Rightarrow 1 + \frac{2\pi A f_m}{v_0} = \frac{4}{5}\cdot\frac{f_2}{f_1}$

Somando as equações, tem-se:

$$2 = \frac{2}{3}\cdot\frac{f_2}{f_1} + \frac{4}{5}\cdot\frac{f_2}{f_1} \Rightarrow \boxed{\frac{f_2}{f_1} = \frac{15}{11}}$$

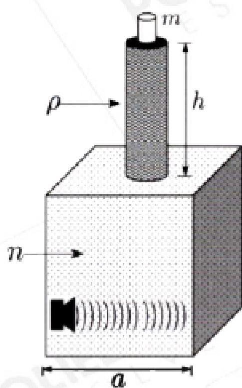
b) $1 - \frac{2\pi A f_m}{v_0} = \frac{2}{3}\left(\frac{15}{11}\right) = \frac{10}{11}$

Assim: $\frac{2\pi A f_m}{v_0} = 1 - \frac{10}{11} = \frac{1}{11}$

Portanto: $\boxed{\frac{v_0}{A f_m} = 22\pi}$

Questão 04 – Física

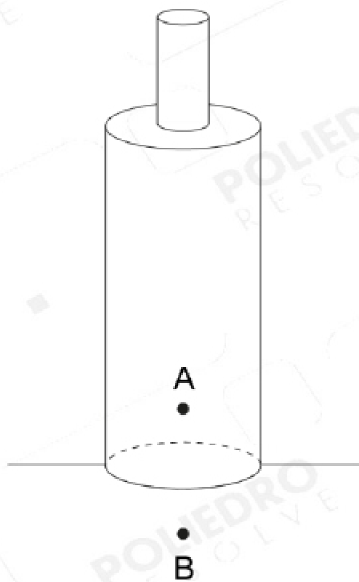
Questão 4. Considere um cubo de lado a, que contém n mols de um gás ideal em equilíbrio termodinâmico, sobre o qual é colocado um recipiente cilíndrico de altura h e raio r, completamente preenchido de um fluido de densidade ρ. O cilindro e o cubo são separados por uma membrana flexível. No topo do cilindro, há uma outra membrana flexível sobre a qual é colocada um corpo de massa m. Sabendo que a velocidade de propagação do som é v_0 a uma temperatura T_0, que a pressão atmosférica vale P_{atm} e que uma fonte sonora gera uma onda com frequência f no interior do cubo, determine:



(a) a temperatura do gás no interior do cubo;
(b) uma expressão para o comprimento de onda dessa onda no meio gasoso.

Resolução

a)



A pressão em um ponto imediatamente antes da membrana (A) é igual à pressão em um ponto imediatamente após a membrana (B).

A pressão no ponto A se deve às pressões atmosférica, da massa do cilindro e do fluido. Assim,

$$P_A = P_{ATM} + \frac{mg}{\pi r^2} + \rho \cdot g \cdot h$$

Como o gás é ideal e $P_A = P_B$, tem-se:

$$P_B \cdot V = nRT \Rightarrow \left(P_{ATM} + \frac{mg}{\pi r^2} + \rho \cdot g \cdot h\right) a^3 = nRT$$

$$\boxed{T = \left(P_{ATM} + \frac{mg}{\pi r^2} + \rho \cdot g \cdot h\right) \frac{a^3}{nR}}$$

b) A velocidade do som é dada por:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} \quad \text{(I)}$$

Do enunciado, tem-se:

$$v_0 = \sqrt{\frac{\gamma RT_0}{M}} \quad \text{(II)}$$

Dividindo (I) por (II), tem-se:

$$\frac{v}{v_0} = \sqrt{\frac{T}{T_0}} \rightarrow v = v_0 \sqrt{\frac{T}{T_0}} = \lambda \cdot f$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{v_0}{f} \sqrt{\frac{T}{T_0}}$$

$$\boxed{\lambda = \frac{v_0}{f} \sqrt{\left(P_{ATM} + \frac{mg}{\pi r^2} + \rho g h\right) \frac{a^3}{nRT_0}}}$$

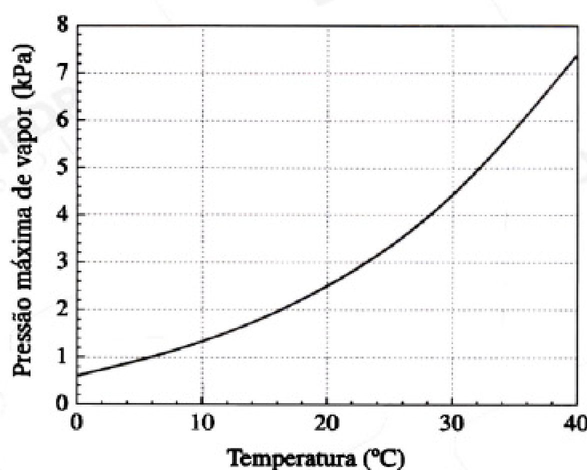
Questão 05 – Física

Questão 5. Uma cidade localiza-se ao nível do mar, próxima à costa oceânica à oeste e a poucos quilômetros de uma cordilheira. Durante o dia, uma brisa constante úmida de ar flui da costa para a montanha. Um barômetro localizado na cidade indica uma pressão de 100 kPa a temperatura de 25°C. Por sua vez, um outro barômetro localizado no ponto mais alto da cordilheira indica uma pressão de 80 kPa. Considere que o calor específico molar do ar a volume constante vale $2R$. Se necessário, considere: $\sqrt[3]{2} \approx 1{,}26$ e $\sqrt[3]{10} \approx 2{,}15$.

(a) Estime a temperatura no ponto mais alto da cordilheira em Kelvin.

(b) Considerando uma umidade relativa $\phi_0 = 50\ \%$ ao nível do mar e $\phi_1 = 10\ \%$ no ponto mais alto da cordilheira, estime o volume de água em m^3 que precipita por hora na trajetória da brisa entre a cidade e o pico se o fluxo médio de ar seco que alcança o topo da cordilheira for de $2{,}0 \times 10^9$ kg/h.

(c) Explique qualitativamente a razão pela qual desertos se formam no lado continental das cordilheiras



Resolução

a) Considerando a atmosfera adiabática, tem-se: $P_0^{1-\gamma} \cdot T_0^{\gamma} = P_1^{1-\gamma} \cdot T_1^{\gamma}$, em que o índice 0 se refere à costa e o índice 1 à cordilheira.

Pela relação de Mayer: $C_p - C_v = R \Rightarrow C_p - 2R = R \Rightarrow C_p = 3R$

O coeficiente de Poisson é $\gamma = \dfrac{C_p}{C_v} = \dfrac{3R}{2R} \Rightarrow \gamma = 1{,}5$

Logo: $P_0^{1-\gamma} \cdot T_0^{\gamma} = P_1^{1-\gamma} \cdot T_1^{\gamma} \Rightarrow T_1 = T_0\left(\dfrac{P_0}{P_1}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = 298 \cdot \left(\dfrac{100}{80}\right)^{\frac{1-1{,}5}{1{,}5}}$

$$T_1 = 298 \cdot \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{10}} = \frac{298 \cdot 2}{2{,}15} \Rightarrow \boxed{T_1 = 277{,}2\ K}$$

b) A partir do gráfico, têm-se:

- Na costa: $T_0 = 25°C \Rightarrow F_1 = 3{,}2\ kPa\ (PMV)$
- Na cordilheira: $T_1 = 4{,}2°C \Rightarrow F_1 = 0{,}8\ kPa\ (PMV)$

A umidade relativa é $\phi = \dfrac{m_v}{m_s} = \dfrac{f}{F}$, em que:

m_v = massa de vapor;
m_s = massa de vapor saturante;
f = pressão de vapor;
F = PMV.

Assim, $\dfrac{f_1}{f_0} = \dfrac{\phi_1 \cdot F_1}{\phi_0 \cdot F_0} = \dfrac{10\% \cdot 0{,}8\ kPa}{50\% \cdot 3{,}2\ kPa} \Rightarrow \dfrac{f_1}{f_0} = \dfrac{1}{20}$

Considerando a razão entre as massas de valor igual à razão entre as pressões de vapor, tem-se $\dfrac{m_1}{m_0} = \dfrac{1}{20}$.

Deve-se considerar a densidade de saturação $d_s = 25\ g/m^3$ a 1 atm e 25°C.

Para o ar seco (em 1h): $PV = \dfrac{m_{ar}}{M_{ar}} \cdot RT \Rightarrow 10^5 \cdot V = \dfrac{2 \cdot 10^9}{29 \cdot 10^{-3}} \cdot 8{,}31 \cdot 298 \Rightarrow$

$\Rightarrow V = 1{,}7 \cdot 10^9\ m^3$ de ar

A massa de saturação é: $m_s = 25\dfrac{g}{m^3} \cdot 1{,}7 \cdot 10^9\ m^3 \Rightarrow$

$\Rightarrow m_s = 42{,}5 \cdot 10^9\ g \Rightarrow m_s = 4{,}25 \cdot 10^7\ kg$

Na costa: $\phi_0 = \dfrac{m_0}{m_s} \Rightarrow 0{,}5 = \dfrac{m_0}{4{,}25 \cdot 10^7} \Rightarrow m_0 = 2{,}125 \cdot 10^7\ kg$

Da razão $\dfrac{m_1}{m_0}$, tem-se: $\dfrac{m_1}{m_0} = \dfrac{1}{20} \Rightarrow m_1 = \dfrac{2{,}125 \cdot 10^7}{20}\ kg \Rightarrow$

$\Rightarrow m_1 = 0{,}10625 \cdot 10^7\ kg$

A massa que precipita é:

$\Delta m = m_0 - m_1 = (2{,}125 - 0{,}10625) \cdot 10^7\ kg \Rightarrow$

$\Rightarrow \Delta m = 2{,}018 \cdot 10^7\ kg$

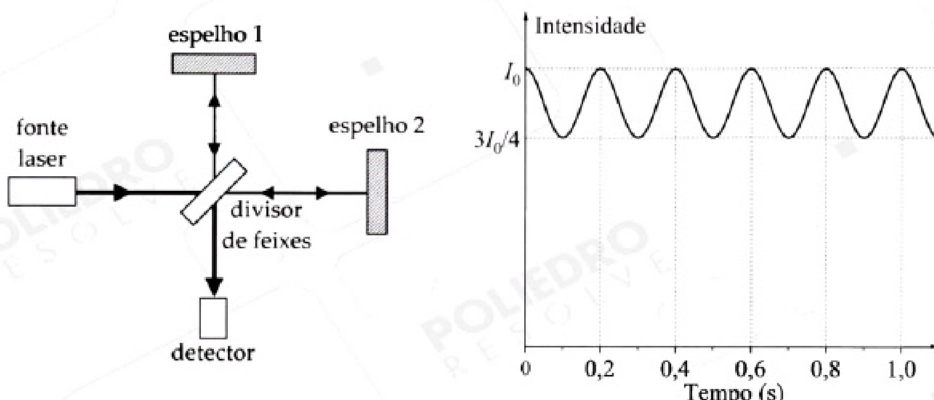
Considerando a densidade da água $10^3\ kg/m^3$, o volume que precipita é $\boxed{\Delta v \cong 2 \cdot 10^4\ m^3}$

c) Como parte da brisa que flui da costa para a cordilheira precipita, no lado continental da cordilheira, o ar apresenta umidade relativa baixa e, portanto, ocorre a formação de desertos.

Obs.: para a resolução do item b, é necessário o valor da densidade de saturação $d_s = 25\ g/m^3$, o que não foi dado na prova. Além disso, utilizou-se a constante universal dos gases $R = 8{,}31\dfrac{J}{mol \cdot K}$ e a densidade da água líquida $d = 1 \cdot 10^3\ \dfrac{kg}{m^3}$, valores também não fornecidos.

Questão 06 – Física

Questão 6. O LIGO é um observatório de ondas gravitacionais baseado em interferômetros de Michelson-Morley. Considere um interferômetro no qual um feixe LASER monocromático de 300 nm é dividido em dois feixes que percorrem dois caminhos ópticos de 4,0 km. Quando uma onda gravitacional atravessa esse sistema com velocidade c, o espaço-tempo é perturbado. Esse efeito pode ser aproximado como movimentos harmônicos simples do espelho 1 e do espelho 2 ao longo dos caminhos ópticos de seus respectivos feixes incidentes. Enquanto um comprimento de um braço do interferômetro contrai, o outro se dilata na mesma amplitude. Durante a passagem da onda gravitacional, o sinal medido no detector, originalmente igual a I_0, passa a descrever um comportamento como o representado no gráfico abaixo.

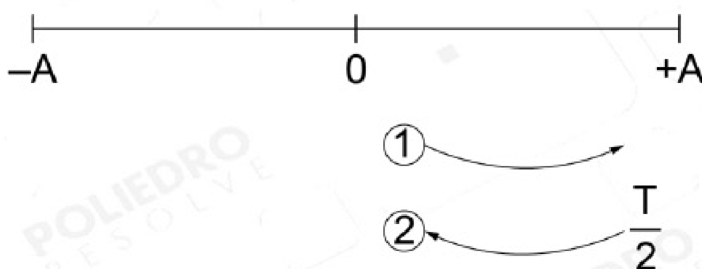


Faça o que se pede nos itens a seguir.

(a) Determine o comprimento de onda da onda gravitacional detectada.
(b) Qual a máxima variação do comprimento de cada braço do interferômetro?

Resolução

a) Ao longo de meio período, passam-se duas vezes pela posição de máximo, ou seja:



Sendo assim, pelo gráfico da intensidade em função do tempo, é necessário 0,2 segundo para haver dois máximos.

$$\frac{T}{2} = 0,2 \Rightarrow T = 0,4\,s$$

$$v = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow 3.10^8 = \frac{\lambda}{0,4} \Rightarrow \boxed{\lambda = 1,2.10^8\,m}$$

b) A intensidade resultante dos dois feixes é dada por:

$$I_{RES} = I_1 + I_1 + 2\sqrt{I_1 I_1}\cos\phi \Rightarrow I_{RES} = 2I_1(1+\cos\phi)$$

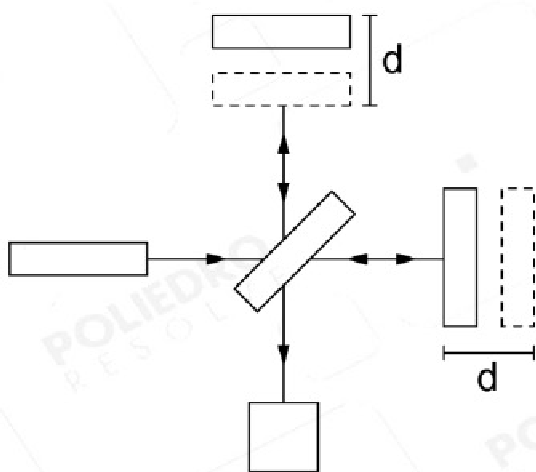
Nota-se que a intensidade máxima será $4I_1$. Assim,

$I_0 = 4I_1$.

Utilizando o ponto de intensidade mínima $\frac{3}{4}I_0$, têm-se:

$$\frac{3}{4}I_0 = 2I_1(1+\cos\phi) \Rightarrow \frac{3}{4}(4I_1) = 2I_1(1+\cos\phi) \Rightarrow \frac{3}{2} = 1+\cos\phi \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \cos\phi = \frac{1}{2} \Rightarrow \phi = \frac{\pi}{3}$$



Observando a figura, nota-se que a diferença de fase será 4d.

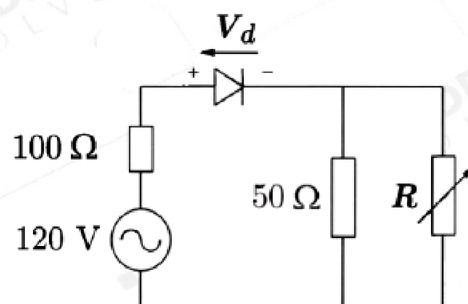
$$\frac{\Delta x}{\phi} = \frac{\lambda}{2\pi} \Rightarrow \frac{4d}{\frac{\pi}{3}} = \frac{\lambda}{2\pi}$$

$$d = \frac{\lambda}{24} = \frac{300.10^{-9}}{24} \Rightarrow \boxed{d = 12,5.10^{-9}\,m}$$



Questão 07 – Física

Questão 7. Considere o circuito ilustrado abaixo com uma fonte de corrente alternada senoidal de 60 Hz e tensão de pico de 120 V, um diodo ideal sujeito a uma diferença de potencial V_d, dois resistores, cujas resistências elétricas valem 50Ω e 100Ω, e um reostato de resistência variável R. Um diodo é um dispositivo eletrônico que permite a passagem de corrente em apenas um sentido ($V_d > 0$).



Faça o que se pede nos itens a seguir.

(a) Descreva e esboce o gráfico da corrente $i(t)$ que atravessa o reostato quando este está configurado para oferecer uma resistência elétrica de $R = 25\Omega$.
(b) Determine o valor de R que proporciona uma transferência máxima de potência da fonte alternada ao reostato.

Resolução

a) O cálculo da resistência equivalente (R_{eq}) para $R = 25\,\Omega$:

$$R_{eq} = 100 + (50 \parallel 25) = 100 + \frac{50 \cdot 25}{50 + 25} = 100 + \frac{50}{3} = \frac{350}{3}\,\Omega$$

Sendo U a tensão da fonte, sabe-se que a corrente só circulará no circuito quando $U > V_d$. Sendo assim:

Quando $U \leq V_d \rightarrow i = 0$

Aplicando divisor de tensão quando $U > V_d$, obtém-se a ddp sobre o reostato:

$$U_R = (U - V_d) \cdot \frac{(50 \parallel 25)}{R_{eq}} = (U - V_d) \cdot \frac{\frac{50}{3}}{\frac{350}{3}} = \frac{U - V_d}{7}$$

$$i_R = \frac{U_R}{R} = \frac{\frac{U - V_d}{7}}{25} = \frac{U - V_d}{175}$$

A corrente de pico é obtida quando U é máximo:

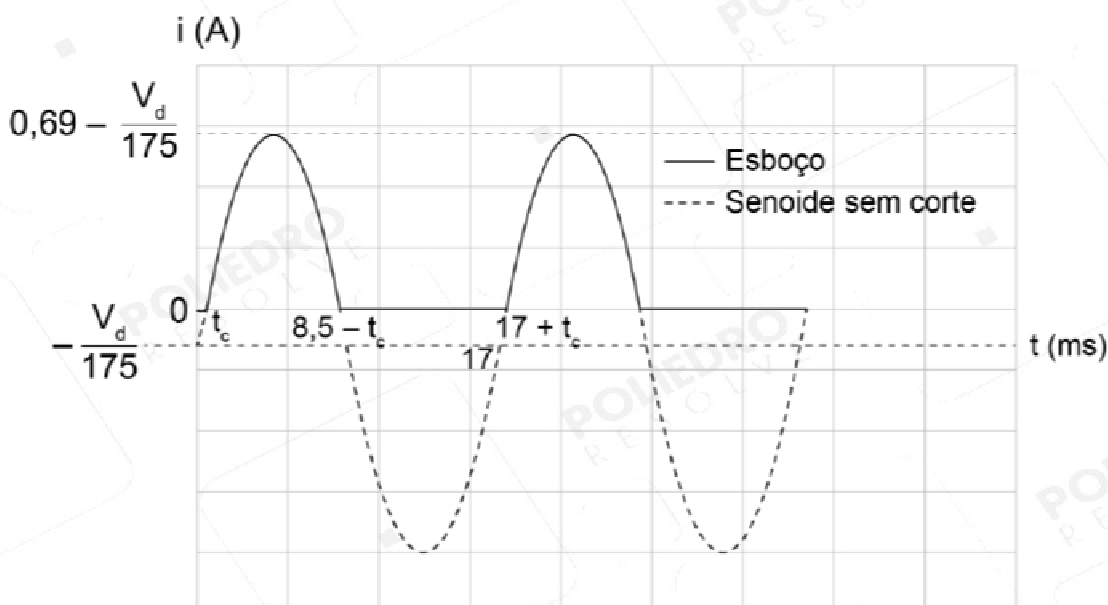
$$i_R = \frac{120 - V_d}{175} \cong 0{,}69 - \frac{V_d}{175}$$

U é uma senoide com período $T = \frac{1}{60} \cong 0{,}017\text{ s} = 17\text{ ms}$.

Sendo assim, $U - V_d$ será uma senoide deslocada verticalmente para baixo.

A tensão de corte é atingida quando:

$$U = V_d \rightarrow 120 \cdot \text{sen}\,(2\pi f \cdot t) = V_d \rightarrow t_c = \frac{1}{120\pi} \cdot \text{sen}^{-1}\left(\frac{V_d}{120}\right)$$



b) Obteremos o circuito Thevenin que estaria associado ao reostato:

$$R_{Th} = 100 \parallel 50 = \frac{100}{3}\,\Omega$$

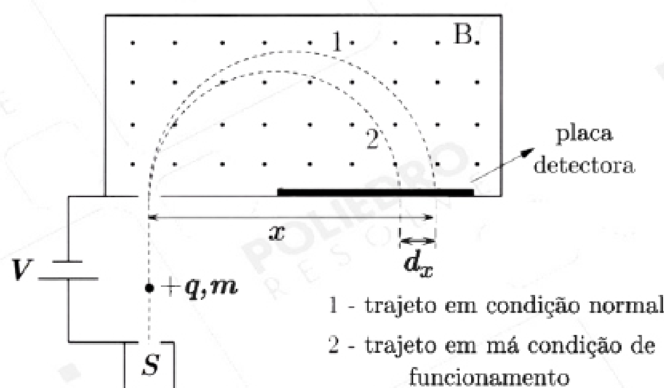
A máxima potência recebida pelo reostato ocorre quando este tiver a mesma resistência da resistência Thevenin. Sendo assim:

$$\boxed{R = \frac{100}{3}\,\Omega}$$

Questão 08 – Física

Questão 8. Em um espectrômetro de massa, íons de massa m e carga q são acelerados de uma fonte S até uma fenda por uma diferença de potencial elétrico V. Assim que atravessam a fenda, acessam uma câmara na qual existe um campo magnético uniforme $B\hat{z}$, perpendicular ao plano ilustrado pela figura abaixo. Em condições normais de funcionamento, os íons entram na câmara com velocidade perpendicular ao anteparo e têm o movimento completamente contido no plano da figura até atingir a placa detectora a uma distância horizontal x da fenda de entrada.
Contudo, verificou-se um desvio horizontal d_x nos valores esperados de suas medidas, resultando em uma distância $x - d_x$, associada a uma elevação vertical do ponto de detecção de d_z. Suspeita-se que as partículas carregadas tenham uma componente de velocidade vertical de tal forma que a velocidade de entrada das mesmas faz um ângulo α com a direção normal ao anteparo. Assumindo essas considerações, calcule:

(a) $\cos\alpha$ em termos de d_x, B, q, m e V;
(b) a distância d_z em termos de B, q, m, V e α.



Resolução

a) Conservação de energia:

$$q \cdot V = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2qV}{m}}$$

Raio do movimento circular dos íons:

$$\frac{x}{2} = \frac{mv}{qB} \text{ e } \frac{x - d_x}{2} = \frac{mv}{qB} \cdot \cos\alpha$$

Subtraindo as equações, tem-se:

$$\frac{d_x}{2} = \frac{mv}{qB}(1 - \cos\alpha) \Rightarrow \cos\alpha = 1 - \frac{qBd_x}{2mv}$$

Assim: $\cos\alpha = 1 - \dfrac{qBd_x}{2m\sqrt{\dfrac{2qV}{m}}}$

Portanto: $\boxed{\cos\alpha = 1 - \dfrac{Bd_x}{2}\sqrt{\dfrac{q}{2mV}}}$

b) Durante metade do movimento circular, $\Delta t = \frac{T}{2}$, os íons percorrem uma distância d_z com velocidade $v \cdot \text{sen}\,\alpha$:

$$d_z = v \cdot \text{sen}\,\alpha \cdot \Delta t$$

Em que:

- $\text{sen}\,\alpha = \sqrt{\dfrac{q \cdot B \cdot d_x}{\sqrt{2mqV}} - \dfrac{q \cdot B^2 \cdot d_x^2}{8mV}}$
- $\Delta t = \dfrac{T}{2} = \dfrac{\pi m}{qB}$

Portanto:

$$d_z = \sqrt{\frac{2qV}{m}} \cdot \sqrt{\frac{q \cdot B \cdot d_x}{\sqrt{2mqV}} - \frac{q \cdot B^2 \cdot d_x^2}{8mV}} \cdot \frac{\pi m}{qB}$$

$$d_z = \sqrt{\frac{2qV}{m} \cdot \frac{\pi^2 m^2}{q^2 B^2}\left(B \cdot d_x\sqrt{\frac{q}{2mV}} - \frac{qB^2 d_x^2}{8mV}\right)}$$

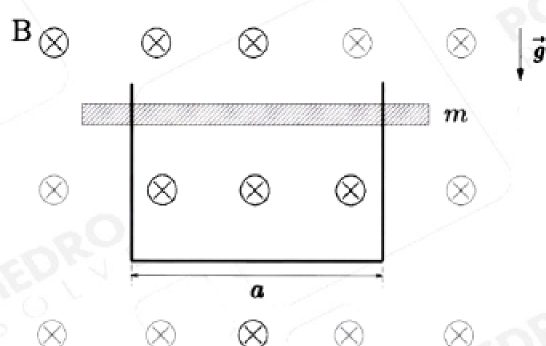
$$\boxed{d_z = \pi\sqrt{\frac{2d_x}{B}\sqrt{\frac{mV}{2q}} - \frac{d_x^2}{4}}}$$



Questão 09 – Física

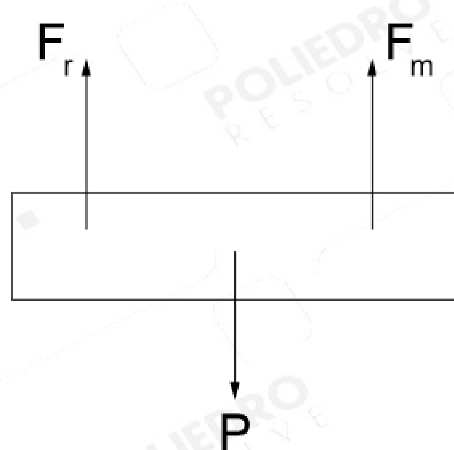
Questão 9. Considere uma haste condutora móvel de massa m e resistência R sobre trilhos fixos condutores em forma de U, conforme a figura abaixo. Esse sistema está em uma região com campo magnético $\vec{B}$ uniforme e perpendicular ao plano do trilho. Em um determinado instante, a haste é solta do repouso e cai sob a influência da gravidade $\vec{g}$ e de uma força de resistência do ar, proporcional à sua velocidade, $\vec{F}_r = -\alpha\vec{v}$. Considerando que a resistência da haste é muito maior que a resistência do trilho, faça o que se pede.

(a) Forneça o diagrama de forças que atuam na haste e indique suas intensidades.
(b) Determine a velocidade terminal da haste.
(c) Esboce o gráfico da velocidade $v(t)$.



Resolução

a)



P: força peso

F_r: força de resistência do ar

F_m: força magnética

- $P = m \cdot g$
- $F_r = \alpha \cdot v$
- $F_m = B \cdot i \cdot a$, em que i é a corrente induzida na haste.

$$B \cdot a \cdot v = R \cdot i \Rightarrow i = \frac{B \cdot a \cdot v}{R}$$

Portanto, $\boxed{F_m = \frac{B^2 \cdot a^2 \cdot v}{R}}$

b) A velocidade terminal da haste é atingida quando a aceleração se anula:

$$mg - \alpha v_T - \frac{B^2 \cdot a^2}{R} \cdot v_T = 0$$

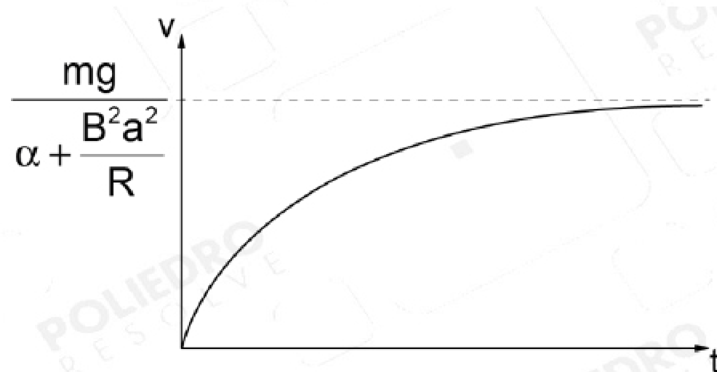
Portanto, $\boxed{v_T = \frac{mg}{\alpha + \frac{B^2 \cdot a^2}{R}}}$

c)

$$F_R = m \cdot a(t) = mg - \alpha v(t) - \frac{B^2 a^2}{R} \cdot v(t)$$

$$\text{Portanto, } a(t) = g - \left(\frac{\alpha \cdot R + B^2 \cdot a^2}{m \cdot R}\right) \cdot v(t)$$

Pela segunda lei de Newton, a aceleração a(t) diminui com o tempo até zerar quando a velocidade terminal é atingida. Como a inclinação de v(t) é dada por a(t), o gráfico deve crescer assintoticamente de v(0) = 0 até v_T.





Questão 10 – Física

Questão 10. Uma placa metálica é iluminada com radiação de diferentes comprimentos de onda a fim de coletar fotoelétrons. Os elétrons emitidos são desacelerados por uma diferença de potencial, e os potenciais de corte para os quais a corrente elétrica deixa de ser detectada para cada comprimento de onda isolado são apresentados na tabela a seguir.

λ (Å)	V_c (V)
250	37
150	70
110	100
50	235

Faça o que se pede nos itens a seguir.

(a) Determine, em eV, a função trabalho da placa metálica.
(b) Em seguida, foi utilizada uma lâmpada de hidrogênio para iluminar a mesma placa metálica. Determine de quais saltos quânticos dos elétrons do átomo de H é possível obter radiação capaz de emitir fotoelétrons da placa metálica considerada.

Resolução

a) Da equação de Einstein:

$$\begin{cases} eV = \dfrac{hc}{\lambda} - \phi \\ eV' = \dfrac{hc}{\lambda'} - \phi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} eV\lambda = hc - \phi\lambda \\ eV'\lambda' = hc - \phi\lambda' \end{cases}$$

Subtraindo as equações, tem-se:

$$(V'\lambda' - V\lambda)e = \phi(\lambda - \lambda')$$

Portanto: $\phi = \dfrac{V'\lambda' - V\lambda}{\lambda - \lambda'}e$

Com quaisquer dois dos quatro valores dados de potencial de corte e de seus respectivos comprimentos de onda, é possível determinar o valor de ϕ.

Tomando $V = 37$ V, $V' = 70$ V, $\lambda = 250$ Å e $\lambda' = 150$ Å:

$$\phi = \frac{(70 \cdot 150 - 37 \cdot 250)}{(250 - 150)}e$$

Portanto: $\boxed{\phi = 12{,}5 \text{ eV}}$

b) Para $n_i = 1$:

$$-13{,}6\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{1^2}\right) \geq 12{,}5$$

Portanto: $n_f \geq 3{,}51$

Como $n_f \in \mathbb{N}$, então, para $n_i = 1$, $n_f \geq 4$.

Para $n_i \geq 2$:

$$-13{,}6\left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2}\right) \geq 12{,}5$$

$$\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \leq \frac{-12{,}5}{13{,}6} \Rightarrow \frac{1}{n_f^2} \leq \frac{1}{n_i^2} - \frac{12{,}5}{13{,}6} \leq \frac{1}{2^2} - \frac{12{,}5}{13{,}6}$$

$\dfrac{1}{n_f^2} \leq -0{,}67 \Rightarrow$ <u>Absurdo!</u>

Portanto, não é possível emitir fotoelétrons para $n_i \geq 2$. Então, os saltos quânticos possíveis ocorrem para $n_i = 1$ e $n_f \geq 4$, com $n_f \in \mathbb{N}$.